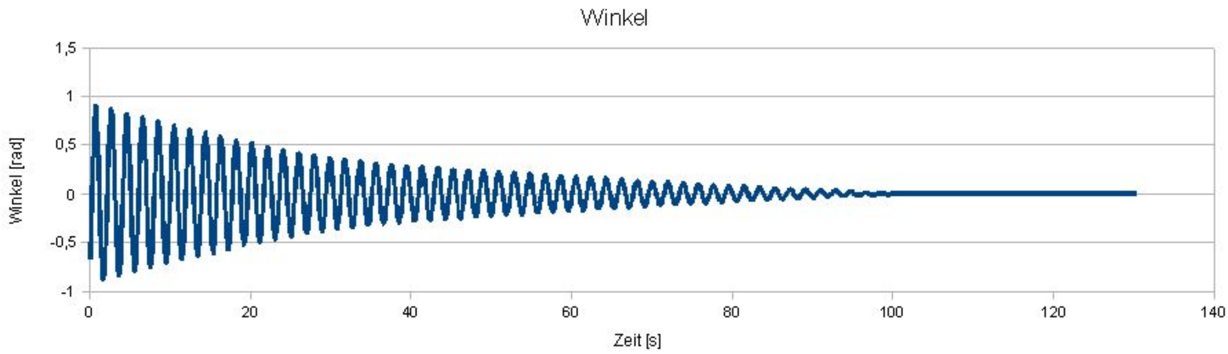
Versuch P1-12, 22: Resonanz

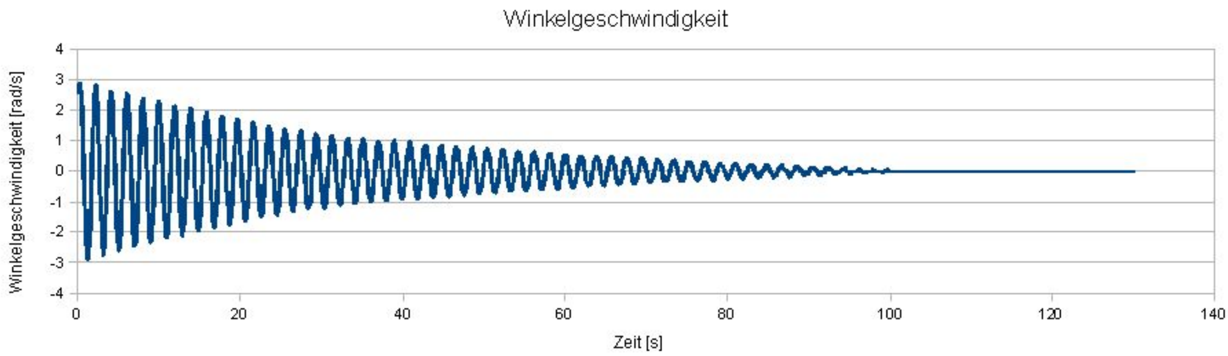
Auswertung

Gruppe Mo-24: Matthias Ernst, Benedikt Zimmermann

1 Drehpendel im Schwingfall

Bei diesem Versuch maß CASSY indirekt den Winkel $\varphi(\mathrm{t})$ und die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(\mathrm{t})$. Ihre Kurven sehen wie folgt aus:

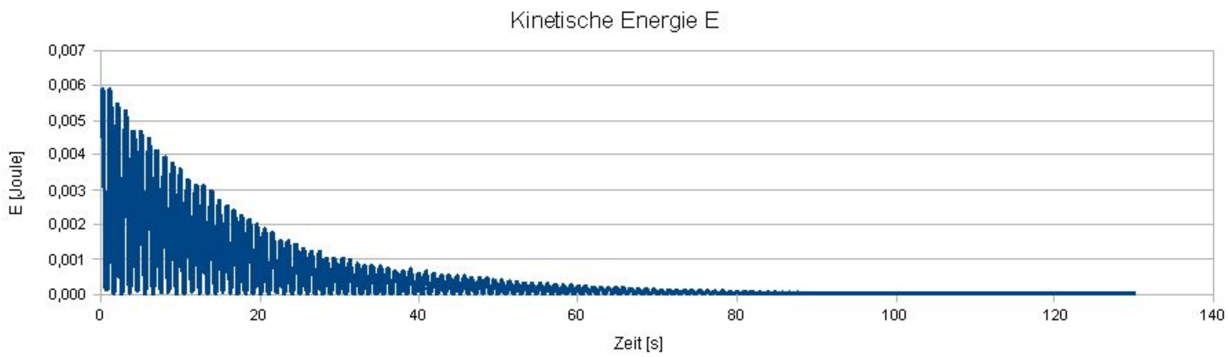




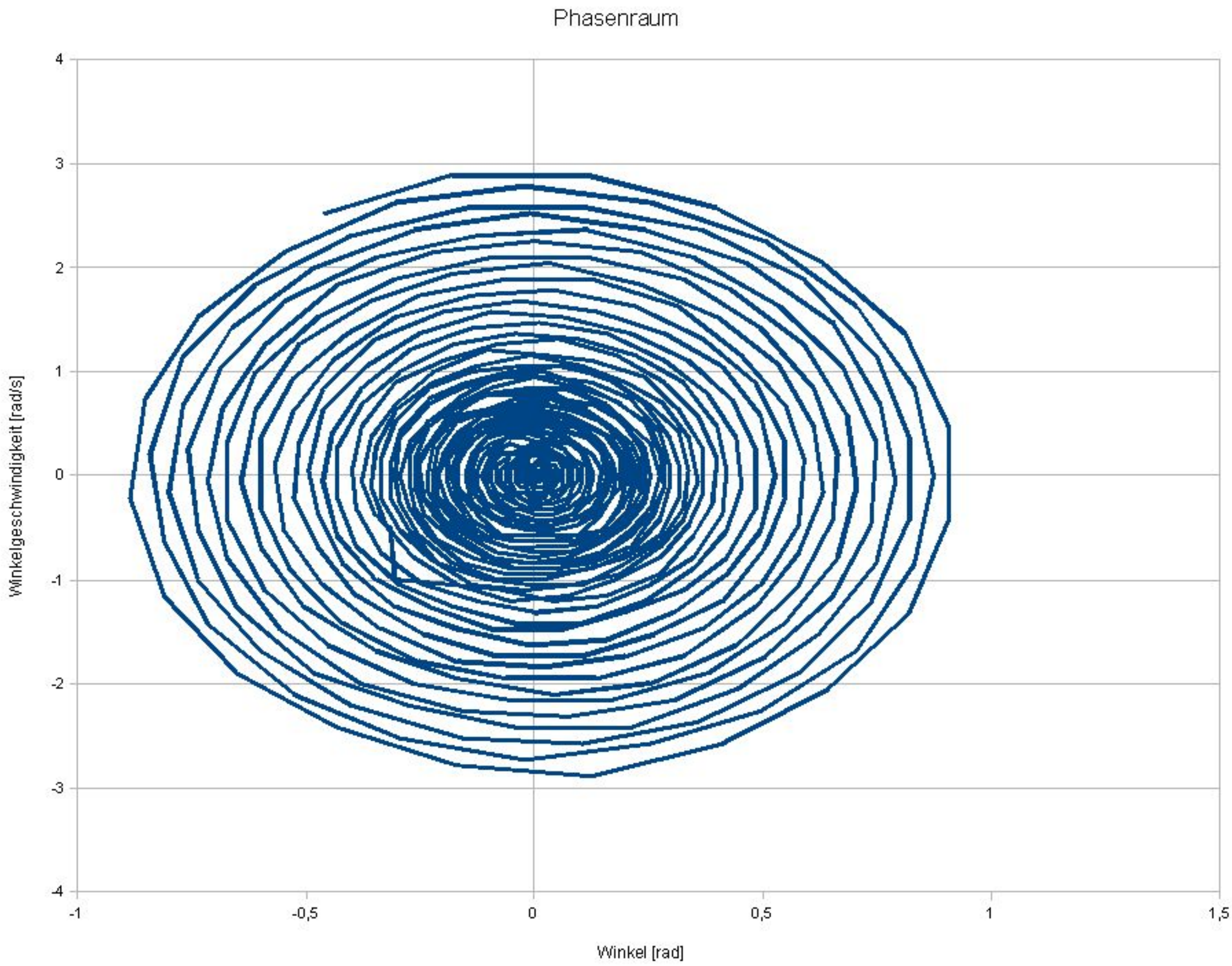
Über eine einfache Abschätzung des Drehmomentes des Polschen Rades erhielten wir auch die daraus errechnete Kurve für die kinetische Energie. Das errechnete Drehmoment war

$$\theta = \frac{1}{2} m \left(r_a^2 + r_i^2 \right) = 14,02 \text{ kgcm}^2.$$

mit dem in der Vorbereitung berechneten m = 191,41g. E_{kin} ergab sich durch $E_{kin} = \frac{1}{2}\theta\dot{\varphi}$:



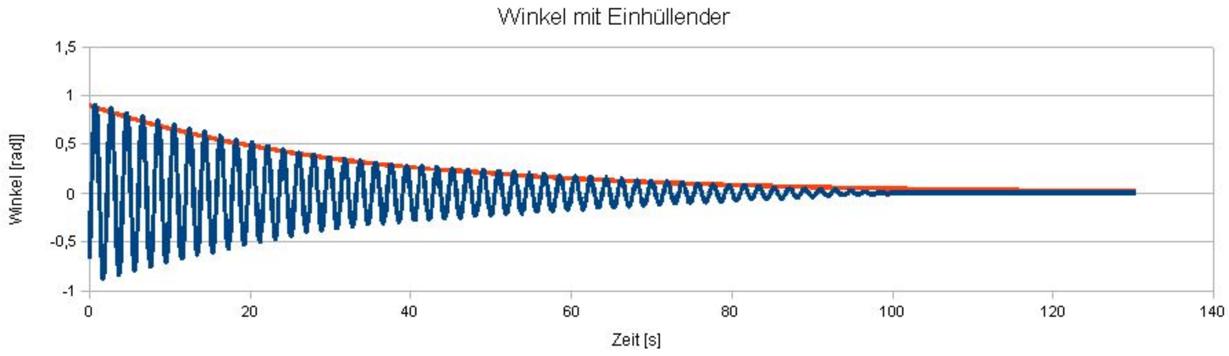
Für den Phasenraum, also $\dot{\varphi}$(t) ber φ(t) ergab sich:



An all diesen Daten lässt sich erkennen, dass das Pendel, trotz ausgeschalteter Wirbelstrombremse, nicht dämpfungsfrei ist. Unsere Annahme war, dass dies an Reibungtermen $\propto \varphi$(t) liegt, die zu einer einer gedmpften Schwingung

$$\varphi\left(t\right) = Ae^{-\beta t}\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

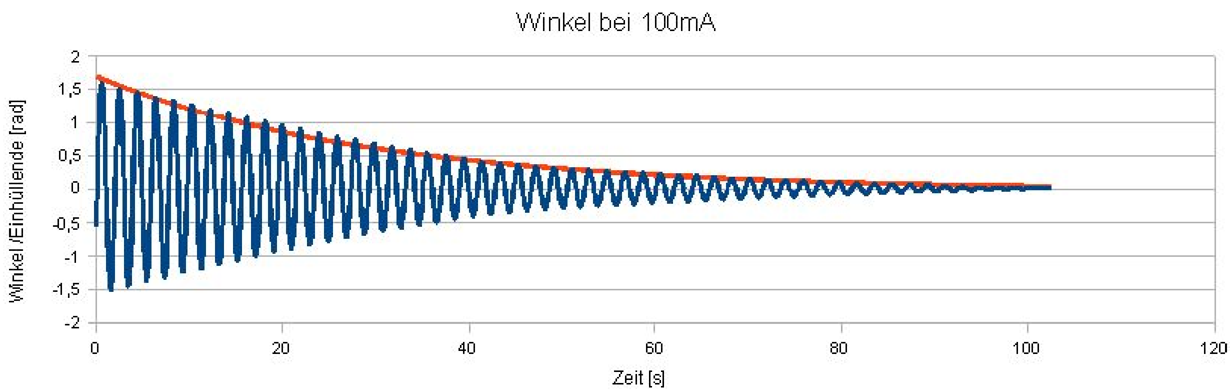
führt. Dabei ist A die maximale Auslenkung und β die Dämpfungskonstante. Wir haben dieses Modell mit unserer gemessenen Kurve überlagert, indem wir die Einh“ullende $Ae^{-\beta t}$ an unsere Kurve anglichen und kommen mit $\beta = \frac{1}{33{,}2} \approx 0,0301$ und $A = 0,9$ auf folgenden Graphen:

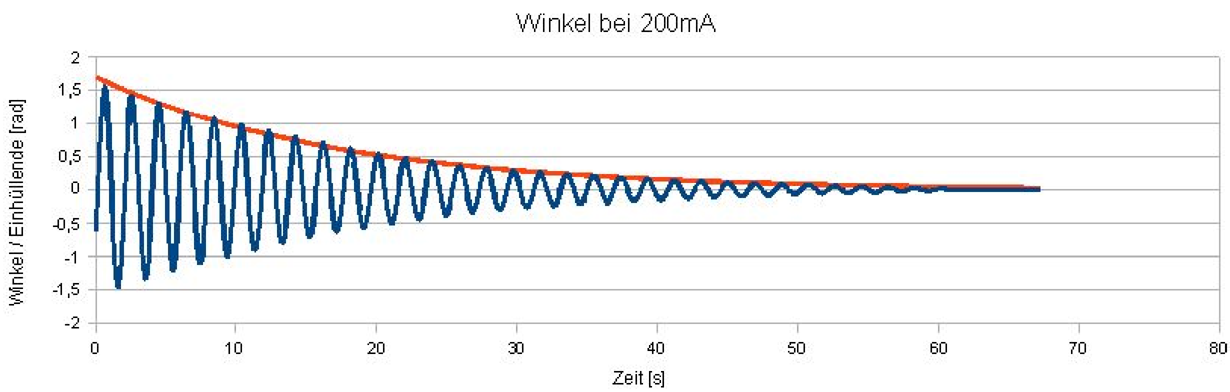


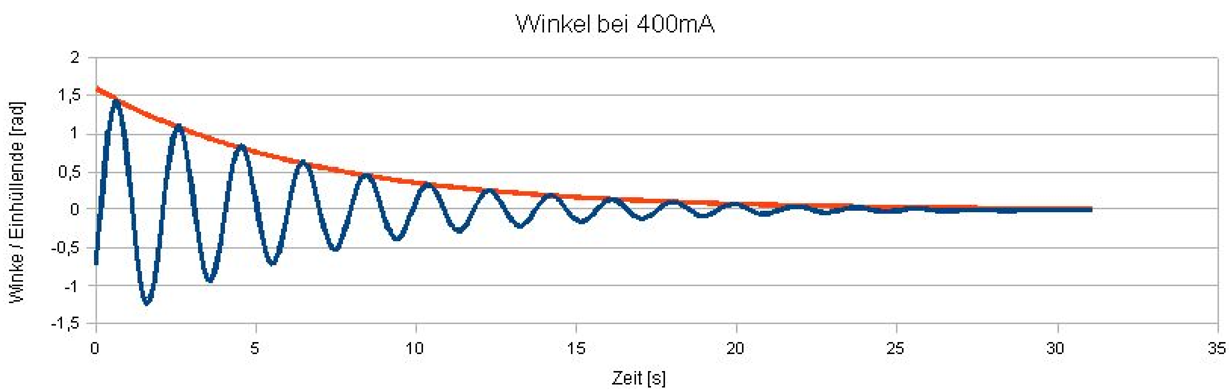
Ich finde, dass dieses Modell die Realität schön beschreibt.

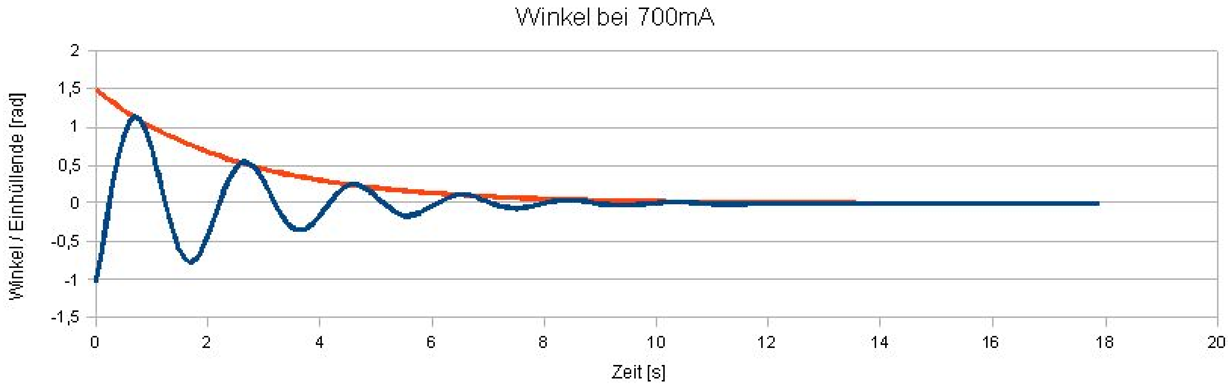
2 Drehpendel, freie gedämpfte Schwingung

Nun haben wir die Wirbelstrombremse mit eingeschaltet [100, 200, 400, 700 mA] und $\varphi(t)$ gemessen. Weiterhin haben wir diese Kurven wie schon in Aufgabe 1 mit der Einhüllenden überlagert. Es ergaben sich folgende vier Graphen:









Auch hier stimmt das Modell gut mit den gemessenen Daten überein.
Um die Dampfungskonstante der Bremse zu bestimmen bilden wir $\beta_{korr} = \beta\left(I_B\right) - \beta\left(0\right)$.

I_B [mA]	$\beta(I_B)$ [s^{-1}]	$\beta_{korr}(I_B)$ [s^{-1}]
100	0,034	0,0038
200	0,058	0,0284
400	0,152	0,1214
700	0,400	0,3699

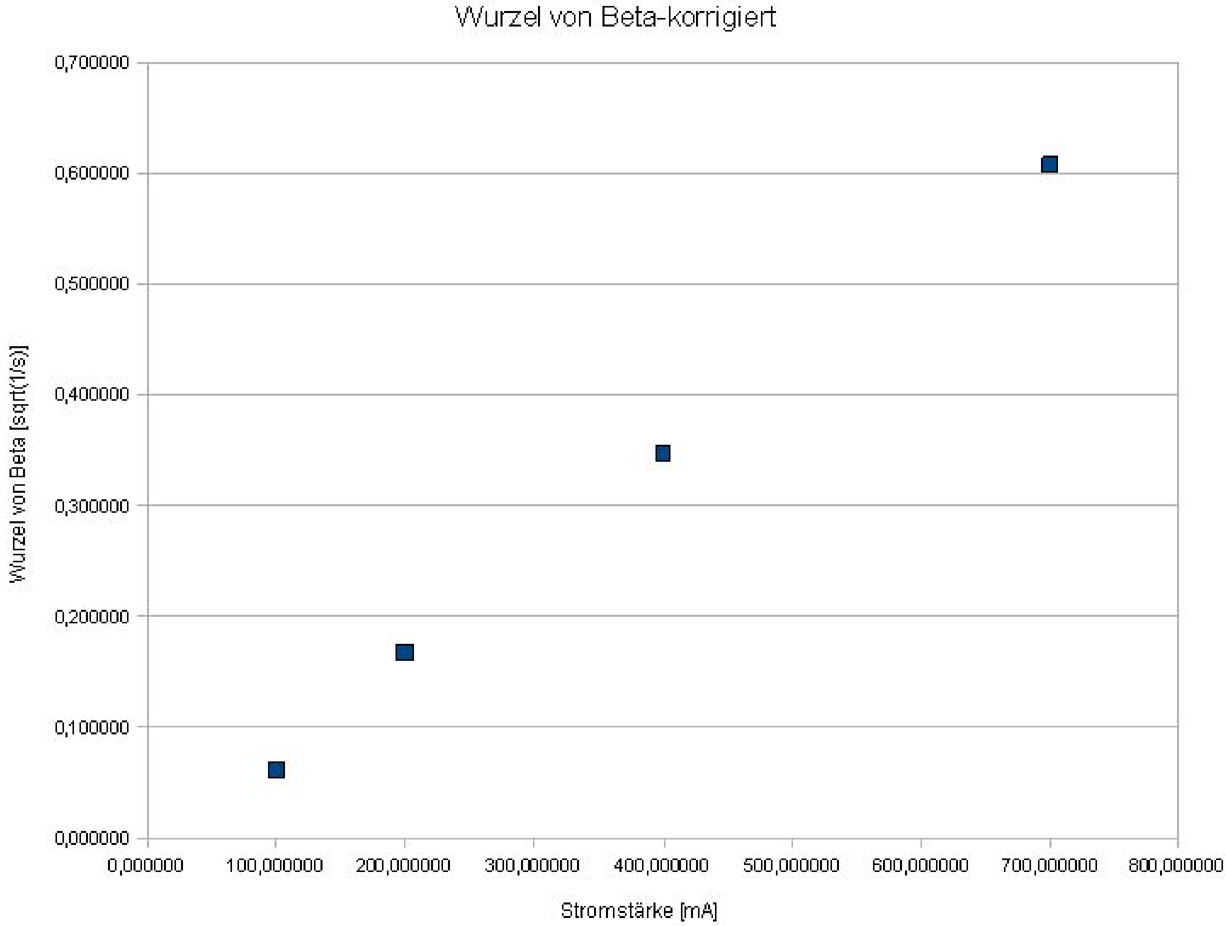
Das Dämpfungsverhltnis k bestimmen wir mit $k = \sqrt[n]{\frac{\varphi_0}{\varphi_n}}$:

$$\begin{aligned} k_{100} &= \sqrt[40]{\frac{1,59}{0,12}} = 1,072 \\ k_{200} &= \sqrt[20]{\frac{1,55}{0,17}} = 1,117 \\ k_{400} &= \sqrt[10]{\frac{1,41}{0,07}} = 1,350 \\ k_{700} &= \sqrt[5]{\frac{1,14}{0,02}} = 2,245 \end{aligned}$$

Mit k berechnen wir $\beta = \frac{\ln(k)}{T}$ und vergleichen dies mit $\beta(I_B)$. Die Periode T ist, wie erwartet, weitgehend von der Reibung unabhängig.

I_B [mA]	T [s]	β [s^{-1}]	$\beta(I_B)$ [s^{-1}]	Abweichung von $\beta(I_B)$
100	1,93	0,036	0,034	5,91 %
200	1,93	0,057	0,058	-1,97 %
400	1,93	0,155	0,152	2,63 %
700	1,95	0,413	0,400	3,68 %

Um zu prüfen, ob die Vermutung $\beta_{korr} = const \cdot I_B^2$ stimmt trage ich $\sqrt{\beta_{korr}}$ über I_B auf:

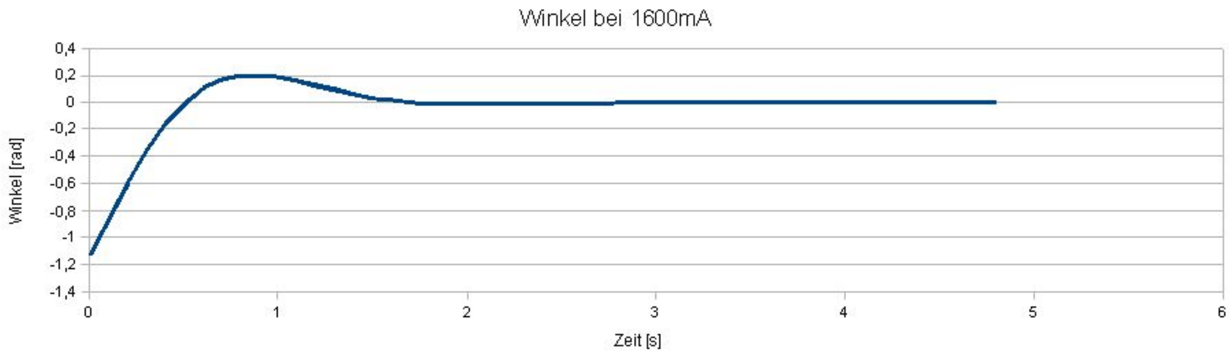


Bis auf den ersten Wert sehen die Werte wie Punkte auf einer gemeinsamen Gerade aus. Diese verliefe dann nicht durch den Ursprung, was bedeutete, dass anscheinend noch weitere unbekannte Reibung im System steckt. Bisher haben wir z.B. die Lagerreibung vernachlässigt. Nun berechnen wir den Wert $I(\omega_0)$:

$$\langle const \rangle = \frac{1}{i} \cdot \sum_i \frac{\beta_{korr}}{I_B^2} = 0,6530$$

$$I(\omega_0) = \sqrt{\frac{\omega_0}{\langle const \rangle}} = 2,24\text{A}$$

mit $\omega_0 = 3,29\ \frac{1}{\text{s}}$ aus Aufgabe 1.
Dies sollte jetzt noch experimentell ermittelt werden. Da die Wirbelstrombremse aber mit hchstens 1,6 A betrieben werden darf, konnten wir die Kurve nur mit 1,6 A aufnehmen:



Zuletzt noch zur Güte. Sie berechnet sich durch $Q = \frac{\omega_0}{2\beta}$:

I_B [mA]	$\beta(I_B)$ [s^{-1}]	Q
100	0,034	48,31
200	0,058	28,33
400	0,152	10,80
700	0,400	4,12

3 Statische Messung am Drehpendel

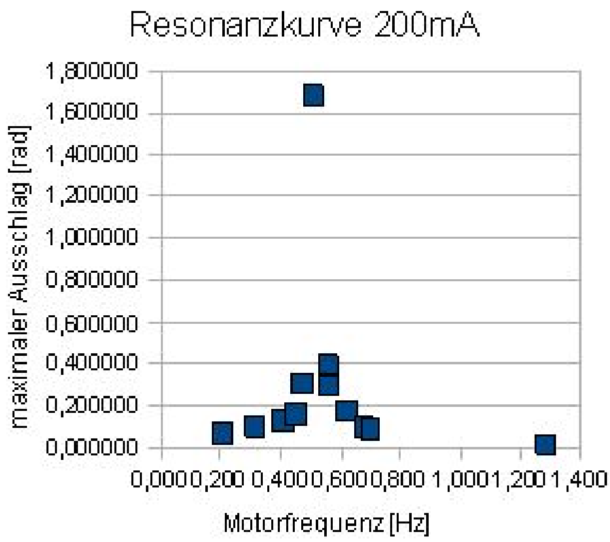
Hier bestimmten wir die Auslenkung des Polschen Rades unter einem konstant aufgebrachten Drehmoment. Hierzu befestigten wir ein Gewicht an der Schnur, ber die CASSY misst. ber die Ausgegebene Auslenkung $\varphi = 0,86316$ rad berechnet sich:

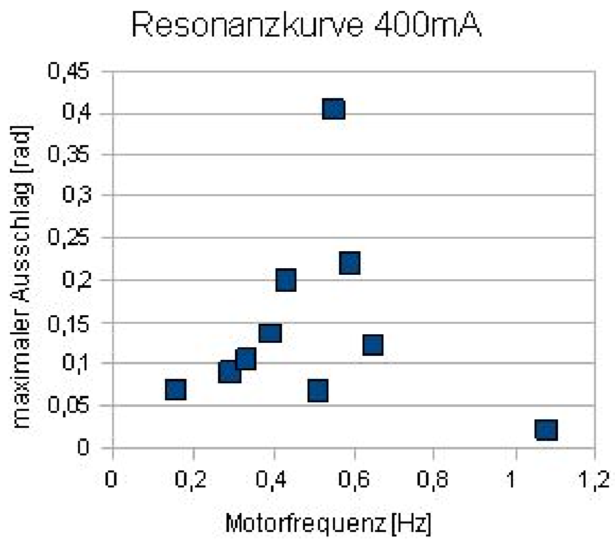
$$D = \frac{r_a F}{\varphi} = \frac{0,095\text{m} \cdot 0,14N}{0,86316\text{rad}} = 15,408 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$
$$\theta = \frac{DT}{4\pi^2} = 1,44 \cdot 10^{-3}\text{kgm}^2$$

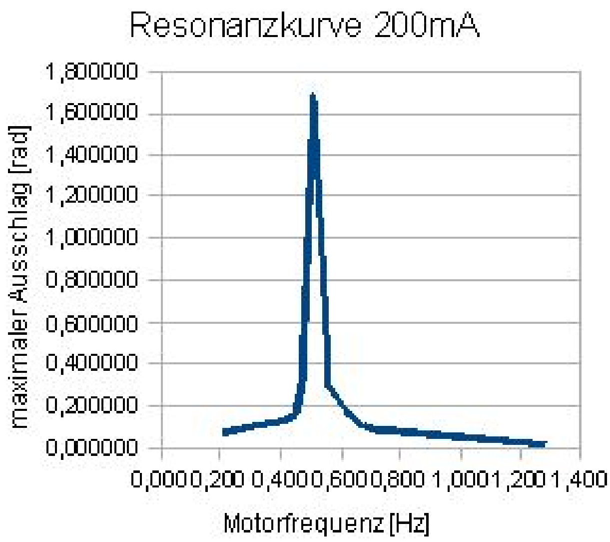
Dieses ergebnis deckt sich ungefähr mit dem in Aufgabe 1 berechneten Wert (1,402 10^{-3} kgm^2.

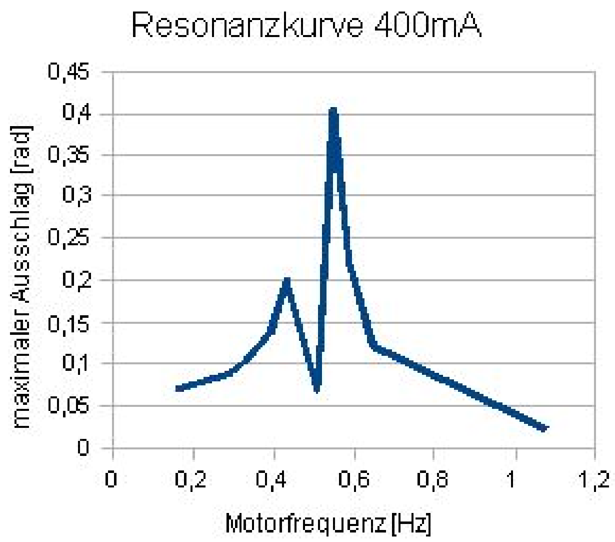
4 Resonanzkurven des Drehpendels

Hier bestimmten wir fr 200 und 400 mA φ_{max} in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz Ω. Als Diagramme ergaben sich:







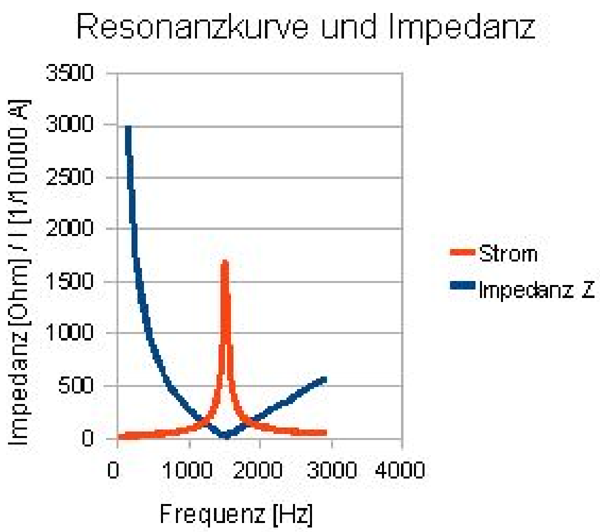


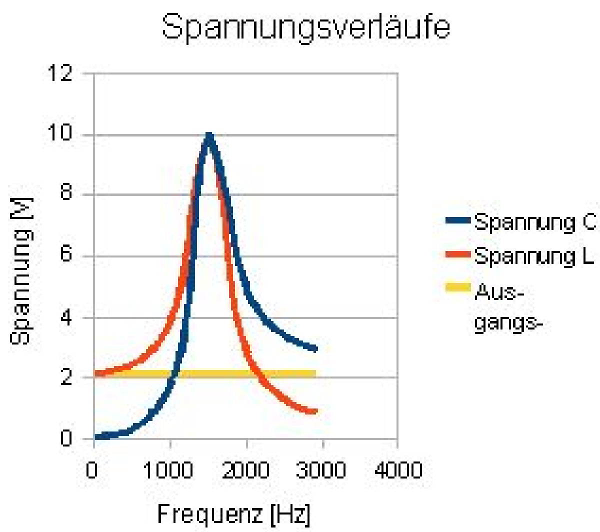
Die beiden unteren Graphen ergeben sich durch lineare Verbindung der einzelnen Messpunkte, ohne Interpolation. Es ist deutlich erkennbar, dass bei der Messung von 400mA ein Wert aus der Kurve heraussticht. Dies kann daran liegen, dass bei bestimmten Erregerfrequenzen diese die φ-Werte überlagern. Ansonst entsprechen die Kurven meinen Erwartungen. In der Nähe der Resonanzfrequenz des ungedämpften Falls liegt auch die Resonanzfrequenz im gedämpften Fall ($\omega_0 > \beta$). Ober-und unterhalb der Resonanzfrequenz nimmt die Amplitude ab. Die Resonanzfrequenz liegen bei $f_{0_{200}} \approx 0,508$ rad und $f_{0_{400}} \approx 0,549$ rad.
Die Güte berechnet sich durch $Q = \frac{f_0}{b}$

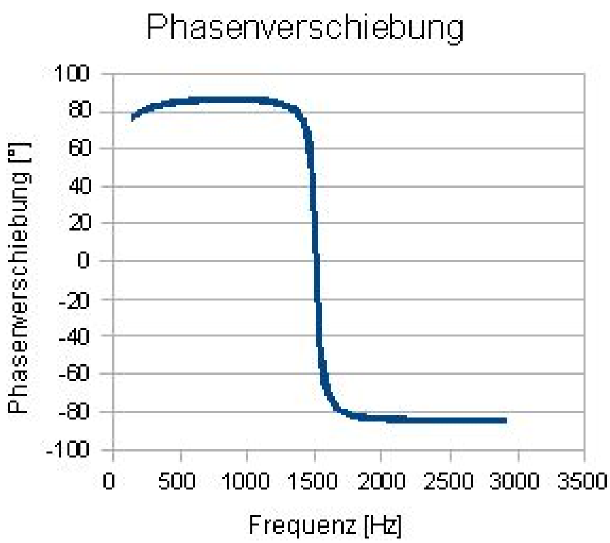
5 Reihenschaltung

Wir haben einen Reihenschwingkreis mit $C = 330$ nF, $L044$ mH $R_p \in [100,\ 47,\ 8{,}2\ \Omega]$ aufgebaut. Wir haben die geforderten Diagramme erstellt:

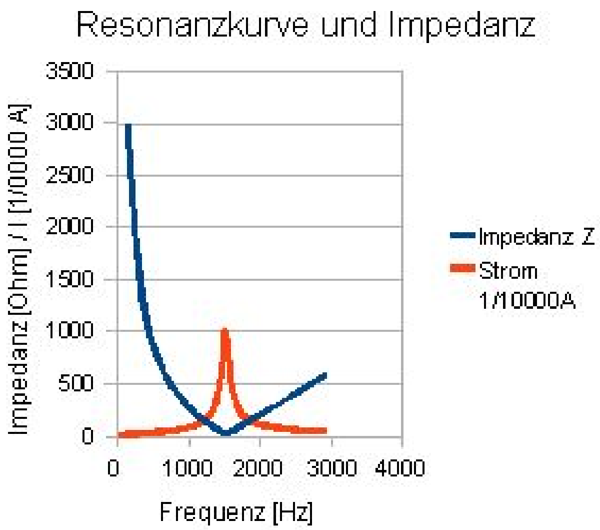
5.1 R=0 Ω:



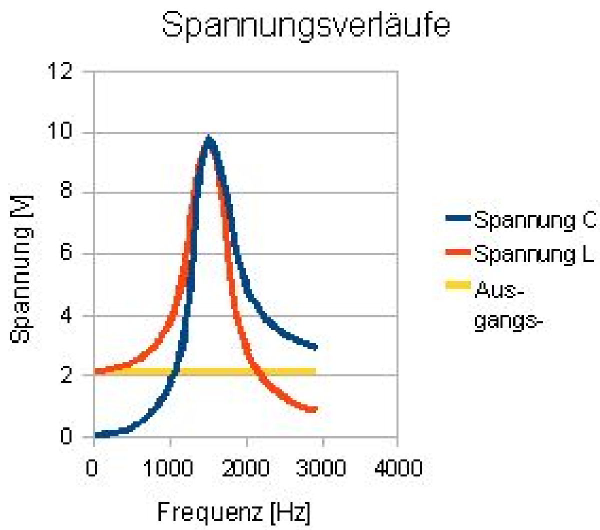




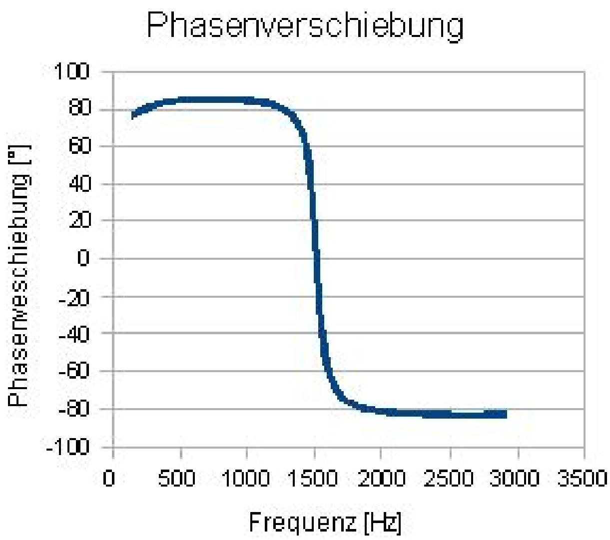
5.2 R=8,2 Ω:



Resonanzkurve und Impedanz
Impedanz [Ohm] / I [1/0000 A]
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
1000
2000
3000
4000
Frequenz [Hz]
Impedanz Z
Strom 1/10000A

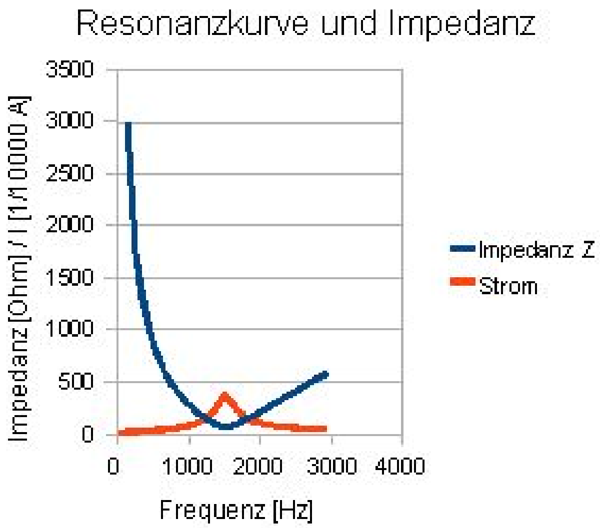


Spannungsverläufe
Spannung [V]
12
10
8
6
4
2
0
0
1000
2000
3000
4000
Frequenz [Hz]
Spannung C
Spannung L
Aus-gangs-

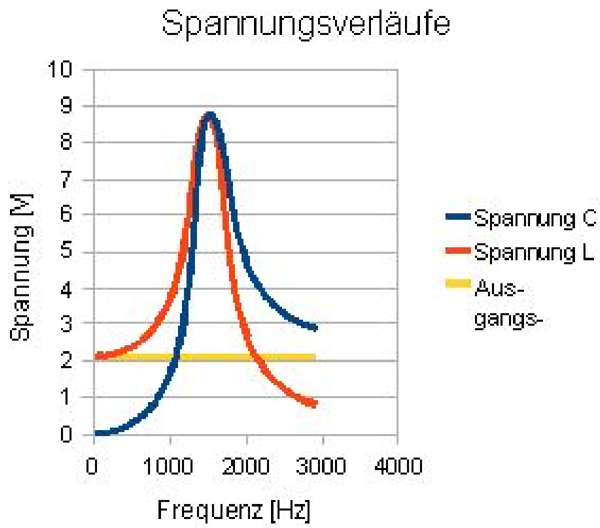


Phasenverschiebung
Phaserweschiebung [°]
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
Frequenz [Hz]

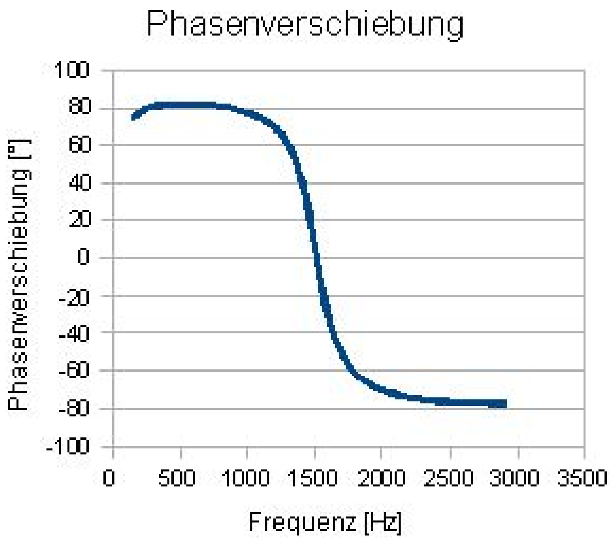
5.3 R=47 Ω:



Resonanzkurve und Impedanz
Impedanz [Ohm] / I [1/10000 A]
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
1000
2000
3000
4000
Frequenz [Hz]
Impedanz Z
Strom

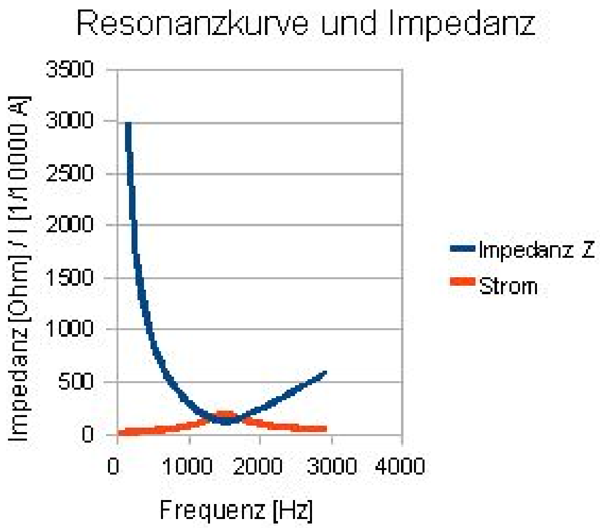


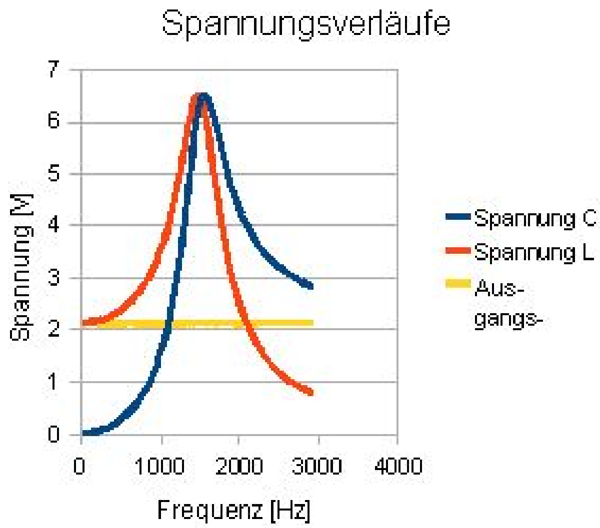
Spannungsverläufe
Spannung [V]
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
Frequenz [Hz]
Spannung C
Spannung L
Aus-
gangs-

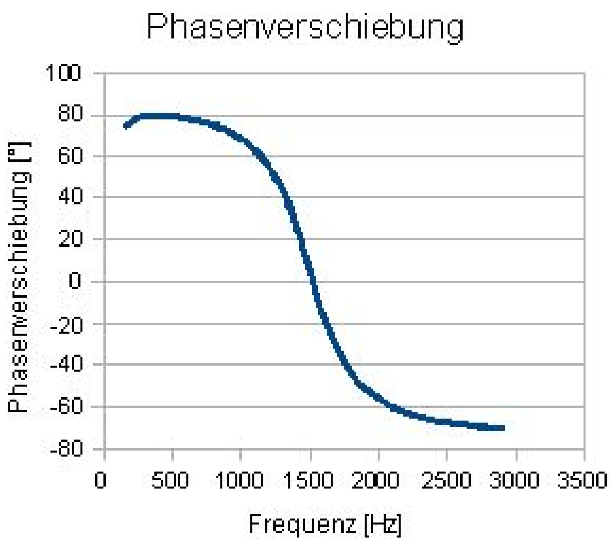


Phasenverschiebung
Phaserverschiebung [°]
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
Frequenz [Hz]

5.4 R=100 Ω:







Nun berecnen wir noch die Güte einmal über die Bandbreite und das andere mal über

$$\frac{U_L}{U_{Ges}} = \frac{U_C}{U_{Ges}} = Q.$$

R [Ω]	$\frac{I_{res}}{\sqrt{2}}$	b	Q_b ber b	Q_U über U
0	0,118	61,5	24,51	4,70
8,2	0,071	123,48	12,22	4,61
47	0,025	21,75	5,55	4,14
100	0,013	480,53	3,14	3,04

Für große R stimmen die Güten gut überein. Für kleine hingegen weichen sie stark voneinander ab. Ich vermute, dass beim Messen der Kondensator- bzw Spulenspannung uns ein Fehler passiert sein muss. Damit $Q_b = Q_U$ gilt, hätten wir viel größere Werte messen müssen.