

Physikalisches Anfängerpraktikum (P2)

P2-83: Gammaskopie

Auswertung

Matthias Ernst
Matthias Faulhaber

Durchführung: 28.10.2009

1 Impulshöhenspektren

1.1 Messung im Einkanalbetrieb (^{137}Cs)

Zu Beginn dieses Versuchs haben wir uns mit dem Versuchsaufbau und den verschiedenen Messgeräten vertraut gemacht. Um ein erstes Spektrum von ^{137}Cs zu erzeugen, mussten wir zunächst die Beschleunigungsspannung des Photomultipliers so einstellen, dass keine Sättigung eintritt. Wir wählten eine Spannung von $U = 860\text{V}$. Außerdem haben wir den Abstand zwischen Szintillator und Probe so variiert, dass uns CASSY eine Zählrate von rund 1200s^{-1} anzeigte. Im Einkanalbetrieb mit 50 Kanälen bei einer Messzeit von $10\frac{\text{s}}{\text{Kanal}}$ erhielten wir folgendes Spektrum:

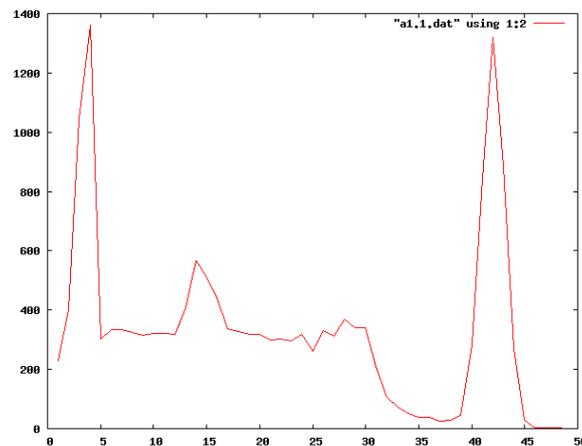


Abbildung 1: Messung von ^{137}Cs im Einkanalbetrieb

Man kann bereits bei dieser geringen Auflösung sehr schön Röntgenpeak, Rückstreupeak, Comptonkante und Photopeak (v.l.n.r.) erkennen.

1.2 Messung im 1024-Kanalbetrieb (^{137}Cs , ^{22}Na , ^{60}Co)

Nach dem Erzeugen eines ersten Spektrums im Einkanalbetrieb haben wir dann im Mehrkanalbetrieb mit 1024 Kanälen weitere Spektren von ^{137}Cs , ^{22}Na und ^{60}Co aufgenommen. Als Messzeit wählten wir 500s. Durch den Mehrkanalbetrieb konnten wir eine höhere Auflösung erreichen als zuvor. Vor der Messung haben wir den Aufbau unseres Versuchs ein wenig korrigiert. Um die höherenergetische Strahlung des ^{60}Co aufzeichnen und mit den Spektren von ^{137}Cs und ^{22}Na vergleichen zu können, wählten wir eine Spannung von $U = 810\text{V}$. Diese behielten wir bei allen drei Proben bei, während wir den Abstand zum Szintillator variierten, sodass wir Zählraten erhielten von rund:

^{60}Co	1080s^{-1}
^{137}Cs	1290s^{-1}
^{22}Na	1300s^{-1}

Als Untergrundspektrum erhielten wir:

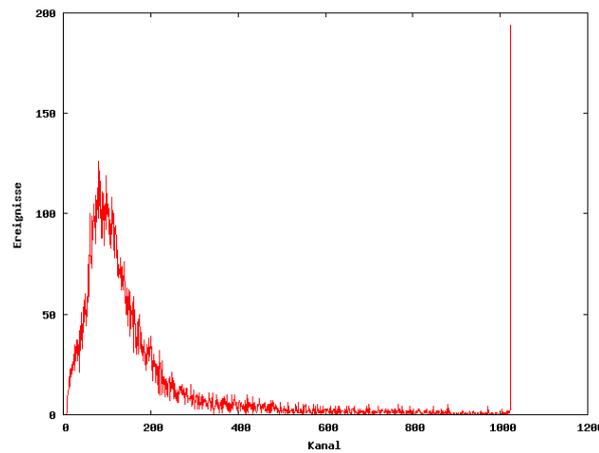


Abbildung 2: Untergrundspektrum im Mehrkanalbetrieb

Korrigiert um das Untergrundspektrum ergeben sich folgende gemessene Spektren:

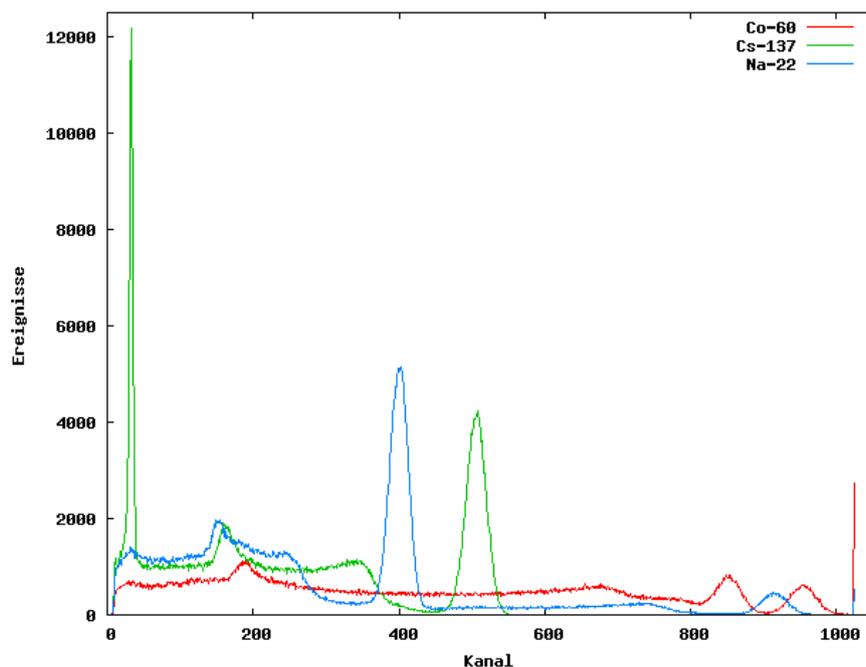


Abbildung 3: Spektren von ^{137}Cs , ^{22}Na und ^{60}Co im 1024-Kanalbetrieb, korrigiert um Untergrundspektrum

1.3 Deutung der Impulshöhenspektren

1.3.0 Skalierung

Anhand der erhaltenen Spektren möchten wir nun unsere x-Achse skalieren, sodass wir anstatt der Kanäle direkt die entsprechenden Energien ablesen können. Wir orientieren uns dazu an den charakteristischen Photopeaks der einzelnen Elemente und erhalten:

Probe	Kanal	$E_{\text{theoretisch}}$ [keV]	Skalierung
^{60}Co Peak1	854	1178	1,3794
^{60}Co Peak2	954	1333	1,3973
^{137}Cs	508	662	1,3031
^{22}Na Peak1	403	511	1,2680
^{22}Na Peak2	913	1275	1,3965

Im Mittel ergibt dies eine Skalierung von 1,3489.

Wir wollen nun die einzelnen Proben mithilfe der ermittelten Skalierung auf ihre Charakteristischen Peaks und Comptonkanten untersuchen.

1.3.1 ^{60}Co

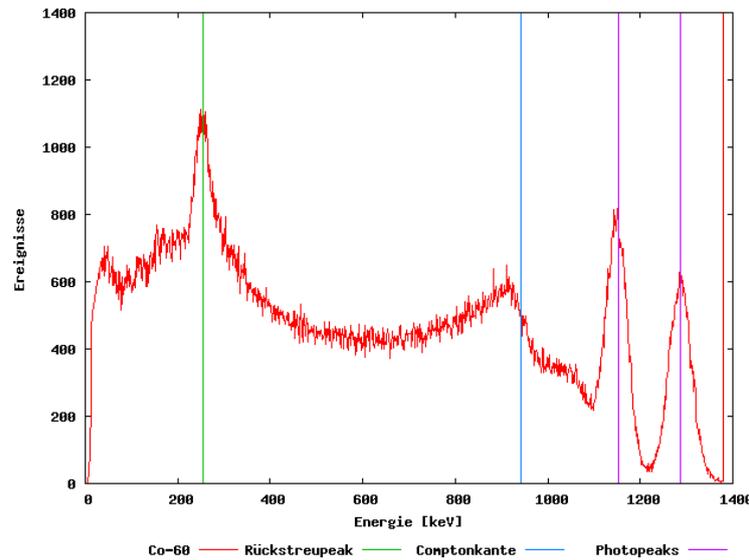


Abbildung 4: Spektrum von ^{60}Co im 1024-Kanalbetrieb, korrigiert um Untergrundspektrum, skaliert

Das in Abbildung 4 dargestellte Spektrum von ^{60}Co kennzeichnet die Überlagerung zweier Zerfallsprozesse. Im Diagramm gut erkennbar sind ein Rückstreupic und die beiden Photopeaks. Leider sind der zweite Rückstreupic sowie die zweite Comptonkante nicht auszumachen, was an eben dieser Überlagerung liegt.

Wir lesen folgende Werte ab:

	Wert	theor. Wert [keV]	Fehler [%]
Rückstreupic	255	213	20
Comptonkante 1	943	968	3
Photopeak 1	1152	1178	2
Photopeak 2	1287	1333	3

Außer dem Wert des Rückstreupeaks stimmen die von uns ermittelten charakteristischen Punkte des Spektrums mit den erwarteten theoretischen Werten gut überein.

1.3.2 ^{137}Cs

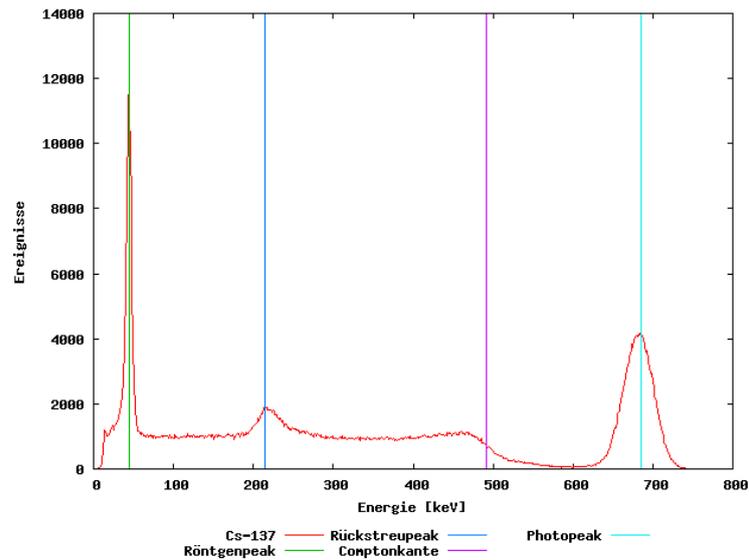


Abbildung 5: Spektrum von ^{137}Cs im 1024-Kanalbetrieb, korrigiert um Untergrundspektrum, skaliert

Das in Abbildung 5 dargestellte Spektrum von ^{137}Cs wird gekennzeichnet durch den deutlichen Röntgenpeak. Sehr schön zu erkennen sind auch Rückstreupeak, Comptonkante und Photopeak.

Wir lesen folgende Werte ab:

	Wert	theor. Wert [keV]	Fehler [%]
Röntgenpeak	45	32	41
Rückstreupeak	214	185	16
Comptonkante	491	477	3
Photopeak	685	662	3

Die Fehler, die unser Röntgen- und Rückstreupeak aufweisen, sind relativ groß. Die Werte von Comptonkante und Photopeak stimmen hingegen sehr gut mit den erwarteten Werten überein.

1.3.3 ^{22}Na

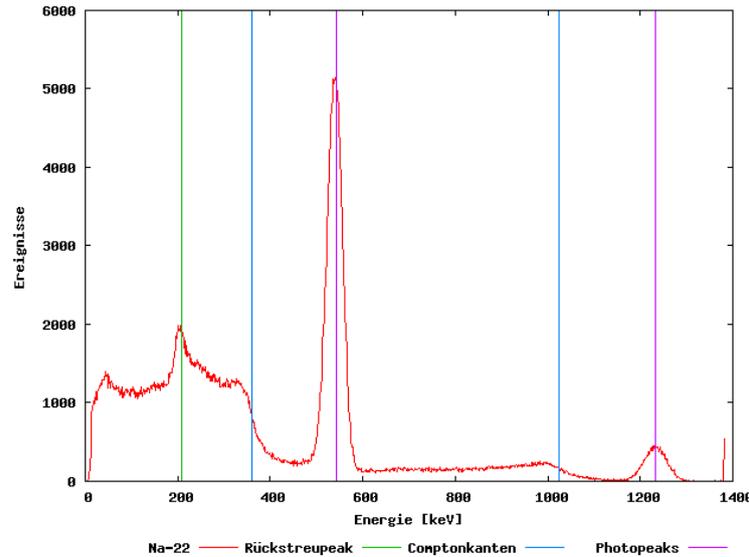


Abbildung 6: Spektrum von ^{22}Na im 1024-Kanalbetrieb, korrigiert um Untergrundspektrum, skaliert

Das in Abbildung 6 dargestellte Spektrum von ^{22}Na kennzeichnet, wie bei ^{60}Co , die Überlagerung zweier Zerfallsprozesse. Im Gegensatz zum ^{60}Co -Spektrum sind hier jedoch beide Comptonkanten erkennbar. Der zweite Rückstreupeak ist hingegen auch hier wieder nicht erkennbar.

Wir lesen folgende Werte ab:

	Wert	theor. Wert [keV]	Fehler [%]
Rückstreupeak	208	192	8
Comptonkante 1	360	340	6
Comptonkante 2	1025	1062	3
Photopeak 1	544	511	6
Photopeak 2	1232	1275	3

Die Fehler, die unsere Messwerte aufweisen sind erstaunlich gering. Unser Ergebnis kommt also dem erwarteten sehr nahe.

Abschließend lässt sich sagen, dass unsere Erwartungen bestätigt wurden. Die charakteristischen Peaks und Comptonkanten sind in unseren Spektren zum größten Teil gut erkennbar.

Um nun noch die Auflösung unseres Detektors einschätzen zu können, betrachten wir die Breiten ΔE der Photopeaks. Die Auflösung entspricht der Elektronenanzahl n_e und berechnet sich zu:

$$n_e = \left(\frac{E}{\Delta E} \right)^2 \quad (1)$$

	E [keV]	ΔE [keV]	n_e
^{60}Co Peak1	1157	59	385
^{60}Co Peak2	1287	63	417
^{137}Cs	685	45	232
^{22}Na Peak1	544	37	216
^{22}Na Peak2	1232	52	561

Wir erhalten einen Mittelwert von 362 Elektronen.

2 Aktivität von ^{137}Cs

Um die Aktivität A des ^{137}Cs -Präparats zu ermitteln, haben wir die Anzahl der Ereignisse N über einen Zeitraum von $t=30\text{s}$ gemessen. Bei der Messung variierten wir den Abstand d vom Präparat zum Szintillator. Da bei unserer Messung nur 92% der Zerfälle gemessen werden konnten, müssen wir N nun korrigieren. Es gilt: $N = N_{\text{Messung}} \cdot \frac{100}{92}$.

Mithilfe der in der Vorbereitungshilfe gegebenen Korrekturwerte α für NaI, bei Gammaquanten von einem angenommenen Wert von 662keV , sowie dem Zusammenhang $A = \frac{dN}{dt \cdot q}$ können wir nun die Aktivität A ausrechnen zu:

d [cm]	N	$N_{\text{korrr100\%}}$	α	A [Bq]	Totzeit [%]
1	206918	224911	0,04800	156188	43
2	137087	149008	0,02300	215954	34
3	93514	101646	0,01250	271056	27
4	66399	72173	0,00780	308432	17
6	39714	43167	0,00420	342595	9
10	18576	20191	0,00170	395902	5
15	9632	10470	0,00090	387778	3
20	6236	6778	0,00045	502074	1

t=30s

Wir erhalten einen Mittelwert der Aktivität von $A_{\text{Mittel}} = 322497\text{Bq}$. Die Werte schwanken insgesamt sehr stark. Wir vermuten, dass dies mit der relativ ungenauen Abstandsmessung zusammenhängt. Bei dieser wurde außerdem nicht berücksichtigt, dass die Detektion nicht direkt an der Oberfläche des Szintillationskristalls stattfindet. Auch die hohe Totzeit bei kleinen Abständen ist ein Indikator für systematische Messfehler.

3 Röntgenemission

In diesem Versuch haben wir mithilfe des ^{137}Cs -Präparats Elemente mit schweren Kernen untersucht. Dazu haben wir die Proben direkt auf den Szintillator gelegt. Die einzelnen Spektren haben wir im 1024-Mehrkanalbetrieb in jeweils 150s bei einer Spannung von $U = 923\text{V}$ aufgenommen. Zunächst betrachten wir nun unser Spektrum von ^{137}Cs ohne Präparat.

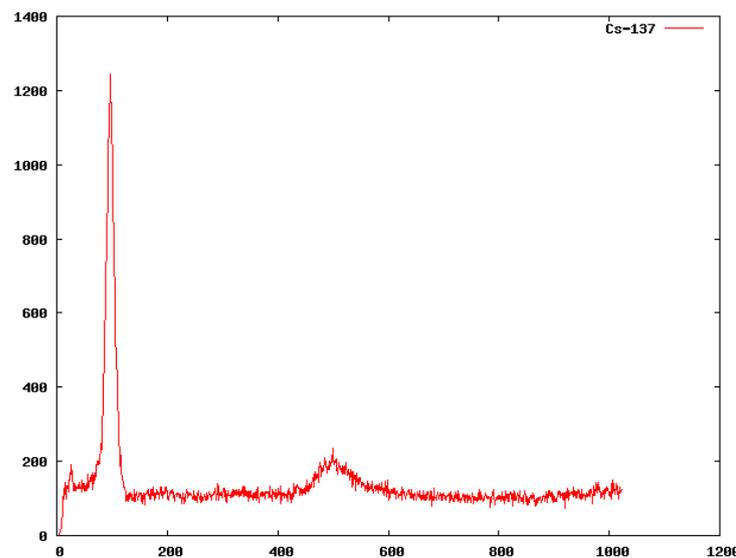


Abbildung 7: Spektrum von ^{137}Cs im 1024-Kanalbetrieb, $U = 923\text{V}$

Wir wissen, dass der klar erkennbare Röntgenpeak bei einer Energie von 32keV liegt. Mithilfe eines Gaußfits errechnen wir den genauen Kanal des Peaks:

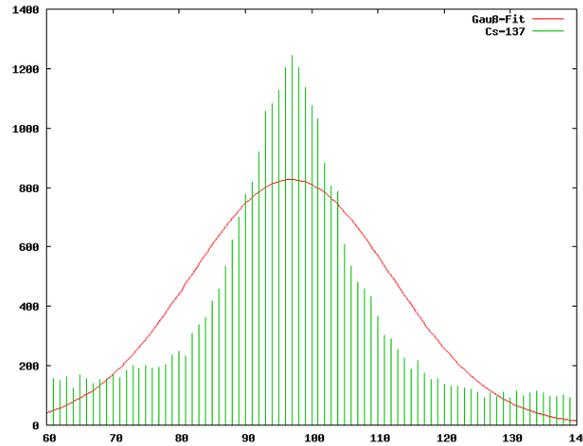


Abbildung 8: Röntgenpeak von ^{137}Cs im 1024-Kanalbetrieb, $U = 923\text{V}$

Wir erhalten einen Wert von 96. Somit entspricht 1 Kanal auf der Skala einer Energie von $\frac{1}{3}\text{keV}$.

Nun untersuchen wir die Spektren der Präparate A bis E auf den Röntgenpeak. Wir benutzen dazu wieder den Gaußfit.

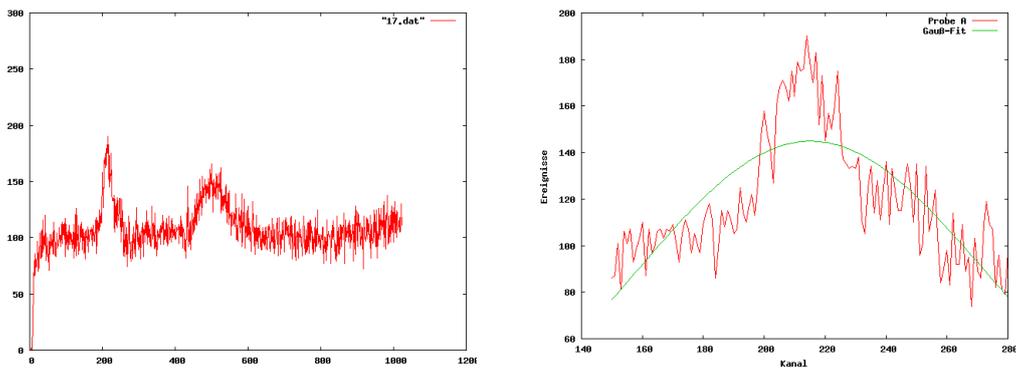


Abbildung 9: Spektrum von ^{137}Cs mit Probe A, mit Gaußfit

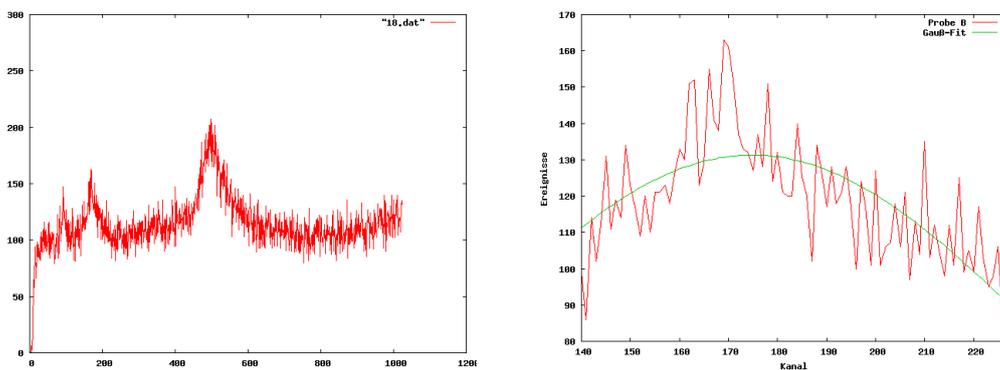


Abbildung 10: Spektrum von ^{137}Cs mit Probe B, mit Gaußfit

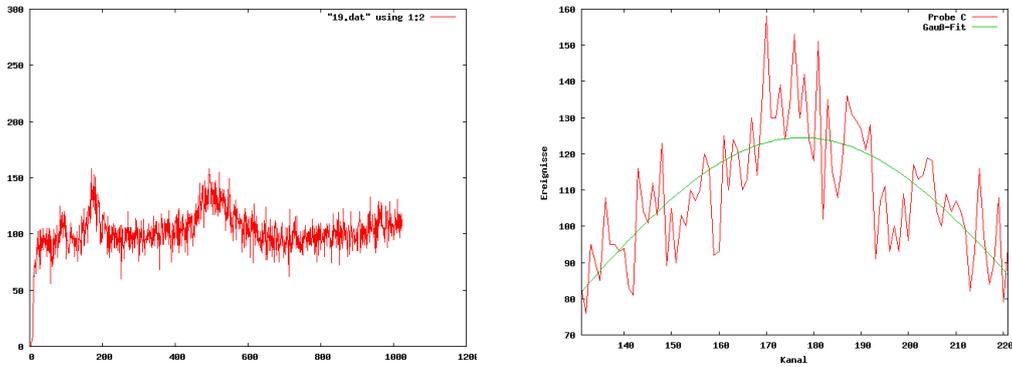


Abbildung 11: Spektrum von ^{137}Cs mit Probe C, mit Gaußfit

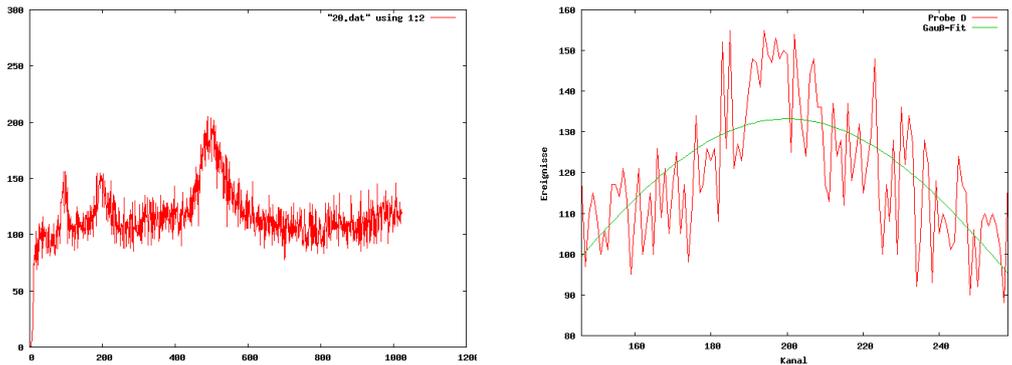


Abbildung 12: Spektrum von ^{137}Cs mit Probe D, mit Gaußfit

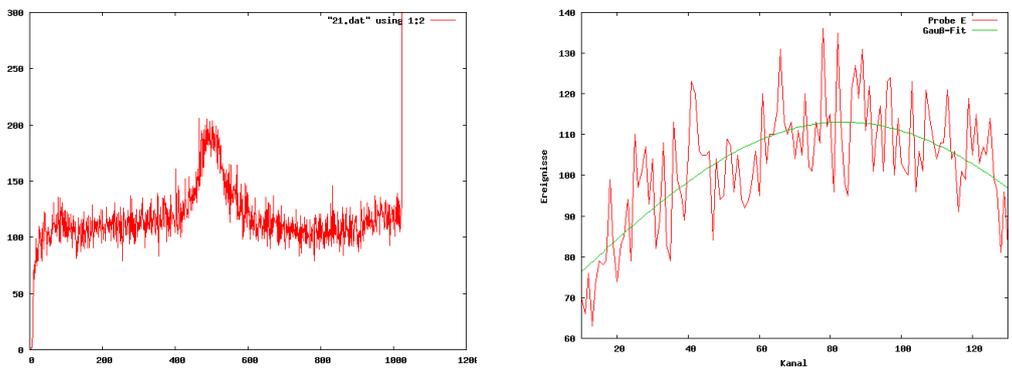


Abbildung 13: Spektrum von ^{137}Cs mit Probe E, mit Gaußfit

Anhand des Gauß-Fits des ^{137}Cs -Spektrums erhielten wir die Eichung der Energieskala: Kanal 96,918 entspricht einer Energie von 32 keV, der Eichfaktor ist $0,33 \frac{\text{keV}}{\text{Kanal}}$.

Anhand der uns bekannten Energien der Barium- und Pb- K_α -Röntgenlinie und der ebenfalls bekannten Kernladungszahlen kalibrierten wir unsere Gerade nach Mosley. Bei den durch den Gauß-Fit bestimmten Energien erhielten wir Werte für die Kernladungszahlen der einzelnen Präparate.

Probe	Vermutung	Peak [Kanal]	E [keV]	Z^2	Z	Z_{theo}	Fehler [%]	E_{theo}	Fehler [%]
A	Blei	215,263	71,075	6525,223	80,779	82	1,489	74,2	4,212
B	Tallium	174,780	57,708	5298,070	72,788	73	0,291	57,1	1,065
C	Wolfram	177,586	58,635	5383,127	73,370	74	0,852	58,8	0,281
D	Gold	200,055	66,053	6064,226	77,873	79	1,426	68,1	3,005
E	Zinn	83,740	27,649	2538,393	50,382	50	0,765	25,2	9,718
E	Silber	83,740	27,649	2538,393	50,382	47	7,197	22,1	25,108

Es ergibt sich folgendes Diagramm:

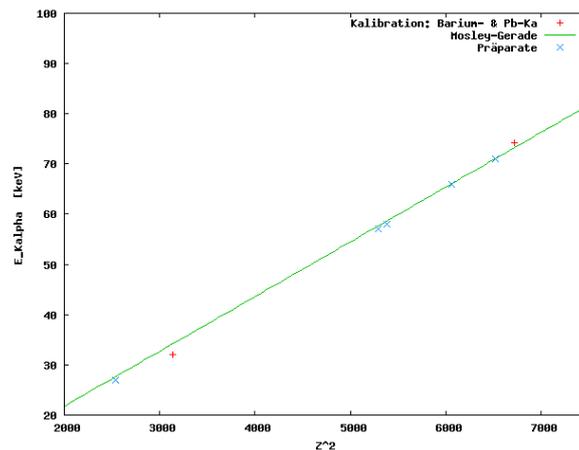


Abbildung 14: Mosley Gesetz

Insgesamt lässt sich sagen, dass unsere Messergebnisse sehr schön unseren Erwartungen entsprechen und mit teils sehr geringem Fehler die Präparate bestimmen lassen. Lediglich die Silber-Probe weist eine größere Abweichung zum erwarteten Wert auf, sodass eher ein Zink-Präparat zu vermuten wäre.

4 Statistische Auswertung

Hier wollen wir nun einen radioaktiven Zerfall statistisch auswerten. Dazu haben wir 150 Spektren mit jeweils 256 Kanälen aufgenommen. Als Strahlungsquelle diente uns die Untergrundstrahlung, die zum größten Teil aus kosmischer Strahlung besteht.

4.1 Summation über die Zeilen 140 bis 190

Hier haben wir die Kanäle 140 bis 190 eines jeden Spektums aufsummiert und daraus folgende Verteilung erhalten:

Zählwert	Ereignisse
0	5
1	24
2	31
3	35
4	27
5	16
6	10
7	3

4.1.1 Werte

Mit der gegebenen Verteilung erhalten wir folgende Werte:

Mittelwert	$\bar{x} = 3,0464$
Standardabweichung	$s = 1,6290$
Standardabweichung des Mittelwerts	$s_{x_m} = 0,1326$
Wurzel des Mittelwerts	$\sqrt{\bar{x}} = 1,7454$

Die Wurzel des Mittelwerts weicht nur um 7% von der Standardabweichung ab, sodass die Poisson-Verteilung relativ gut zur Beschreibung der Messreihe verwendet werden kann.

4.1.2 Grafische Darstellung

Nun wollen wir noch die Häufigkeitsverteilung der Werte zusammen mit der Gauß'schen Normalverteilung und der Poisson-Verteilung in einem Graphen darstellen.

Aus Gauß- und Poisson-Verteilung ergeben sich folgende Werte:

Zählwert	Ereignisse B	Gauß $E_{\text{Gauß}}$	Poisson E_{Poisson}
0	5	9	8
1	24	25	20
2	31	36	33
3	35	33	37
4	27	24	29
5	16	13	15
6	10	6	5
7	3	3	1

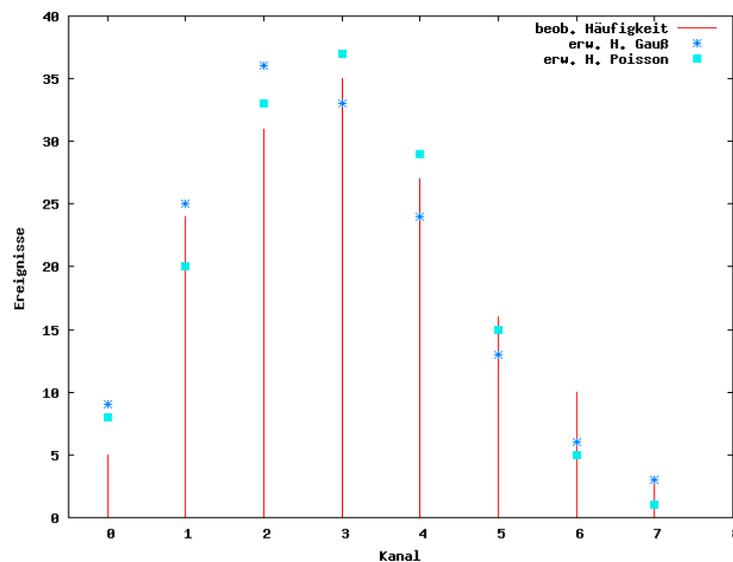


Abbildung 15: Verteilung bei Summation einzelner Zeilen

4.1.3 χ^2 -Test

Um den χ^2 -Test anwenden zu können, fassen wir die Ereignisse in Gruppen zusammen, deren hypothetische Häufigkeiten nicht kleiner als 4 sind. Hier addieren wir deshalb Kanal 6 und 7. Damit erhalten wir dann:

$$\begin{aligned}\chi_{\text{Gauß}}^2 &= 5,56 \\ \chi_{\text{Poisson}}^2 &= 8,50\end{aligned}$$

Mithilfe der Tabelle aus der Vorbereitungshilfe lassen sich nun für 5 Freiheitsgrade bei Poisson und 4 Freiheitsgrade bei Gauß bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% die Werte $\chi_{\text{Poisson}}^2 = 11,07$ und $\chi_{\text{Gauß}}^2 = 9,49$ ablesen. Somit entstammt unsere Stichprobe mit einer jeweils 5% -igen Wahrscheinlichkeit weder einer poisson-, noch einer gaußverteilten Grundgesamtheit.

4.2 Gesamtzählrate der Spektren

Zunächst summieren wir die Ereignisse eines jeden Kanals auf. Es ergibt sich folgende Verteilung:

Zählwert	Ereignisse	Zählwert	Ereignisse	Zählwert	Ereignisse
6	1	19	5	32	12
7	0	20	5	33	2
8	0	21	1	34	6
9	0	22	3	35	7
10	0	23	8	36	2
11	0	24	11	37	3
12	1	25	6	38	3
13	0	26	13	39	2
14	0	27	7	40	0
15	0	28	11	41	0
16	1	29	7	42	1
17	0	30	14	43	1
18	2	31	16		

4.2.1 Werte

Mit der gegebenen Verteilung erhalten wir folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 \text{Mittelwert} & \quad \bar{x} = 28,2318 \\
 \text{Standardabweichung} & \quad s = 5,6316 \\
 \text{Standardabweichung des Mittelwerts} & \quad s_{x_m} = 0,4583 \\
 \text{Wurzel des Mittelwerts} & \quad \sqrt{\bar{x}} = 5,3134
 \end{aligned}$$

Die Wurzel des Mittelwerts weicht auch hier nur um 6% von der Standardabweichung ab, sodass die Poisson-Verteilung wieder relativ gut zur Beschreibung der Messreihe verwendet werden kann.

4.2.2 Grafische Darstellung

Nun wollen wir noch die Häufigkeitsverteilung der Werte zusammen mit der Gauß'schen Normalverteilung und der Poisson-Verteilung in einem Graphen darstellen.

Aus Gauß- und Poisson-Verteilung ergeben sich folgende Werte:

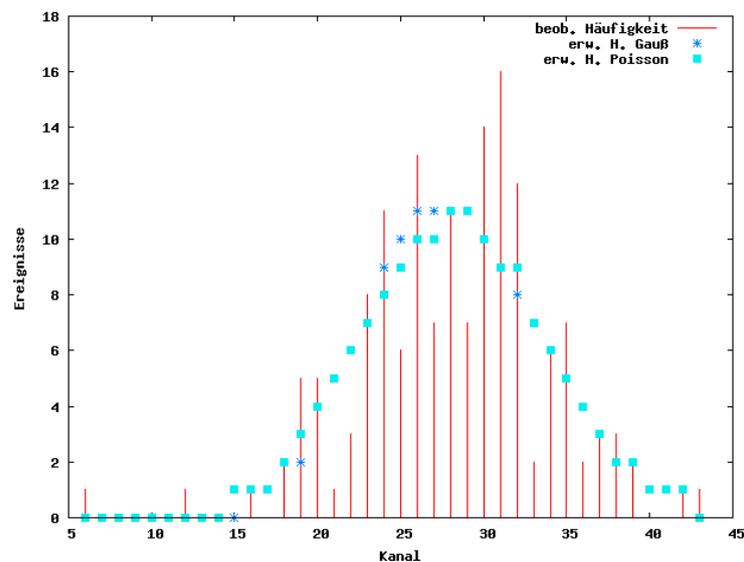


Abbildung 16: Verteilung bei Summation aller Spalten

Zählwert	Ereignisse B	Gauß $E_{\text{Gauß}}$	Poisson E_{Poisson}
6	1	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	1	0	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	1	0
16	1	1	1
17	0	1	1
18	2	2	2
19	5	3	2
20	5	4	4
21	1	5	5
22	3	6	6
23	8	7	7
24	11	8	9
25	6	9	10
26	13	10	11
27	7	10	11
28	11	11	11
29	7	11	11
30	14	10	10
31	16	9	9
32	12	9	8
33	2	7	7
34	6	6	6
35	7	5	5
36	2	4	4
37	3	3	3
38	3	2	2
39	2	2	2
40	0	1	1
41	0	1	1
42	1	1	1
43	1	0	0

4.2.3 χ^2 -Test

Um den χ^2 -Test anwenden zu können, fassen wir die Ereignisse wieder in Gruppen zusammen, deren hypothetische Häufigkeiten nicht kleiner als 4 sind. Hier addieren wir deshalb die Kanäle 6 bis 18, 19 und 20, 36 und 37, 38 bis 43, womit wir erhalten:

$$\begin{aligned}\chi_{\text{Gauß}}^2 &= 25, 26 \\ \chi_{\text{Poisson}}^2 &= 24, 27\end{aligned}$$

Mithilfe der Tabelle aus der Vorbereitungshilfe lassen sich nun für 17 Freiheitsgrade bei Poisson und 16 bei Gauß bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% die Werte $\chi_{\text{Poisson}}^2 = 27, 59$ und $\chi_{\text{Gauß}}^2 = 26, 30$ ablesen. Somit entstammt unsere Stichprobe wiederum mit einer jeweils 5% -igen Wahrscheinlichkeit weder einer Poisson-, noch einer Gaußverteilung. Da der Poissonwert aber deutlich stärker abweicht vom Wert aus der Tabelle, ist auch seine Irrtumswahrscheinlichkeit größer. Leider stehen uns keine genaueren Angaben als 0,1 , 1 und 5 % zur Verfügung und wir können den genauen Wert der Fehlerwahrscheinlichkeit nicht ablesen. Wir können jedoch mit Gewissheit sagen, dass unsere Stichprobe eher einer Poisson- als einer Gauß-Verteilung entspricht.