

Physikalisches Anfängerpraktikum (P2)

P2-83: Gammaskopie

Matthias Ernst
Matthias Faulhaber

28.10.2009

0 Theoretische Grundlagen

0.1 Arten von Strahlung

Es gibt drei unterschiedliche Arten von Strahlung: α -Strahlung besteht aus Heliumkernen, β -Strahlung aus Elektronen, γ -Strahlung hingegen besteht nicht aus massebehafteten Teilchen, sondern aus Photonen. γ -Strahlung hat deshalb im Vergleich zu α - und β -Strahlung eine signifikant höhere Eindringtiefe in Materie und entsteht durch den Zerfall von Atomkernen, bei dem die Energie nicht für eine Teilchenemission ausreicht.

0.2 Arten von Wechselwirkungen

0.2.1 Photoeffekt

Beim Photoeffekt löst das Photon ein Elektron aus einer der inneren Schalen. Das Elektron erhält dabei die Bindungsenergie sowie die vollständige kinetische Energie des Photons. Die innere Schale wird nun von einem Elektron aus der äußeren Hülle wieder voll besetzt, wobei wiederum ein Photon emittiert wird, dessen Energie jedoch geringer ist, als die des ersten Photons.

Die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit hängt zum Einen von der Kernladungszahl Z ab, zum anderen von der Energie des Photons. Sie sinkt für kleine Z und höhere Energien. Entspricht die Energie des Photons der Bindungsenergie des Elektrons, so ergibt sich eine maximale Wechselwirkungswahrscheinlichkeit.

0.2.2 Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt tritt das Photon mit einem Elektron der äußeren Schale in Wechselwirkung. Es gibt einen Teil seiner Energie ab und wird gestreut. Durch die gewonnene

Energie löst sich das Elektron vom Atom (Ionisation). Beim Comptoneffekt lässt sich die übertragene Energie anhand des Streuwinkels messen. Bei Rückstreuung ist die Energieabgabe maximal.

Die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit sinkt auch beim Comptoneffekt für kleine Z und hohe Photonenenergie.

0.2.3 Paarbildung

Verfügt das Photon über mindestens die doppelte Ruheenergie des Elektrons (1,02MeV), und liegt ein starkes äußeres elektrisches Feld an, so kann sich spontan ein Teilchen-Antiteilchen-Paar bilden.

Entspricht die Photonenenergie genau der doppelten Ruheenergie, so bilden sich ein Elektron und ein Positron, deren Gesamtimpuls $p=0$ ist.

Entspricht die Photonenenergie mehr als der doppelten Ruheenergie, so verteilt sich der Energieüberschuss auf die beiden Teilchen.

Bewegen sich die beiden Teilchen nun durch Materie, so geben sie bei Stößen Energie ab. Kommt das Positron zur Ruhe, so rekombiniert es mit dem Elektron einer äußeren Schale und sendet dabei zwei Photonen aus ("Vernichtungsstrahlung"), deren Energie wiederum jeweils der Ruheenergie eines Elektrons entspricht.

0.3 Versuchsaufbau

In unserem Versuch verwenden wir einen Szintillationszähler. In ihm bedienen wir uns eines möglichst dichten Materials (NaI), dotiert mit einem anderen Element (Tl). Richten wir nun die γ -Strahlung auf den Kristall, so erwarten wir vor allem, den Photoeffekt beobachten zu können. Dabei ionisiert das vom Photon aus seiner Schale gelöste Elektron umliegende Atome, wodurch Elektronen und Löcher im Material entstehen. Rekombinieren nun freigewordene Elektronen mit Tl-Löchern, so werden Photonen emittiert.

Wir erwarten ebenfalls, den Comptoneffekt beobachten zu können. Die Comptonelektronen führen durch ihre geringere Energie jedoch zu weniger Ionisation, wodurch weniger Elektronen und Löcher zur Rekombination zur Verfügung stehen.

Wir erwarten nicht, den Effekt der Paarbildung beobachten zu können, da die von unserer Strahlungsquelle ausgesandten γ -Strahlen über eine zu geringe Energie verfügen.

Um das Signal zu verstärken, verwenden wir einen Photomultiplier. In ihm wird das Photon auf eine Photokathode gelenkt, um beim Auftreffen ein Elektron herauszulösen. Das Elektron wird beschleunigt und trifft auf eine Dynode, wo es mehrere Elektronen herauslöst. So entsteht durch mehrfaches Verstärken ein messbares Signal. Die herausgelösten Elektronen lassen wir über einen Widerstand abfließen, wobei wir eine Spannung messen. Diese Spannung ist nun proportional zu den im Szintillator erzeugten Photonen und somit auch zur Energie der γ -Strahlung.

0.4 γ -Spektren

Machen wir die Annahme, dass für jedes gemessene γ -Quant eine entsprechende Zahl Photonen ankommt und es nicht zur Überlagerung mehrerer Quanten kommt. Zeichnen

wir nun die Signalspannung U in mehreren Zeitintervallen auf, so können wir ihren Wert in kleine Einheiten ΔU einteilen. Den Spannungen ordnen wir anschließend Kanäle zu, über denen wir die Häufigkeit des jeweiligen Spannungswertes auftragen. Der Graph, welcher sich ergibt, heißt Spektrum. Ein Peak in diesem Spektrum bedeutet also, dass γ -Quanten des entsprechenden Spannungswertes sehr häufig aufgetreten sind.

Zu Beachten beim Erstellen eines solchen Spektrum sind:

- **Rückstreu-Peaks**

Kommt es zur Wechselwirkung von Photonen mit Materialien außerhalb des Kristalls, und werden diese nun in den Kristall zurückgestreut, so ergibt sich eine Verfälschung des Spektrums. Den Photonen fehlt die charakteristische "Comptonkante" und es ergibt sich ein Peak.

- **Comptonkante**

Unter der "Comptonkante" versteht man den maximalen Energiewert, der beim Compton-Effekt vom Photon an das Elektron übergeben werden kann. Im Spektrum lässt sich eine Kante erkennen, bei der abrupt der Einfluss des Comptoneffekts aufhört und nur der Photoeffekt noch zum Spektrum beiträgt.

Der maximale Energiewert berechnet sich zu:

$$E_{max} = hf \left(1 - \frac{1}{1 + 2\frac{hf}{m_0c^2}} \right) \quad (1)$$

- **Escapepeaks**

Treten Photonen, welche durch die Rekombination von Positronen mit Elektronen (Paarbildung) entstanden sind, aus dem Kristall aus, ohne mit ihm zu wechselwirken, so ergeben sich Peaks bei relativ hohen Spannungen, genannt Escapepeaks. (Wir erwarten nicht, dass es zur Paarbildung kommt.)

- **Röntgenlinie bei ^{137}Cs**

Gehen angeregte Bariumkerne in den Grundzustand zurück, so wird ihre Energie auf ein Hüllennatom der K-Schale übertragen, welches dann das Atom verlässt. Die Schale wird darauf von einem anderen Elektron besetzt, welches dabei ein Photon von 32keV emittiert. Dieses Photon ist im Spektrum deutlich erkennbar.

1 Impulshöhenspektren

1.1 Messung im Einkanalbetrieb (^{137}Cs)

Bei dieser Messung zeichnen wir über Zeitintervalle von 10 Sekunden auf, wie viele Pulse eines Spannungsintervalls ΔU in dieser Zeit ankommen. Durch das Aufzeichnen mehrerer Spannungsintervalle erhalten wir unser Spektrum.

Vor der Messung machen wir uns mit dem Versuchsaufbau vertraut. Wir kontrollieren die Einstellungen des CASSY-Messsystems. Dabei vergewissern wir uns, dass der Abstand

zwischen dem ^{137}Cs -Präparat und dem Szintillator so gewählt ist, dass die Zählrate der Signale mindestens 1000s^{-1} beträgt.

1.2 Messung im 1024-Kanalbetrieb (^{137}Cs , ^{22}Na , ^{60}Co)

In dieser Messung im Vielkanalbetrieb zeichnet uns CASSY nun alle Spannungswerte über die gesamte Zeit hinweg auf und ordnet sie gleich den entsprechenden Kanälen zu. Dadurch erwarten wir ein genaueres Ergebnis als zuvor im Einkanalbetrieb.

Beim Einstellen der Messung ist darauf zu achten, dass auch die höherenergetische Strahlung des ^{60}Co (im Bereich von 1173 bis 1333keV) aufgezeichnet werden. Die Einstellung soll bei ^{22}Na und ^{137}Cs beibehalten werden, um die Spektren später vergleichen zu können. Außerdem ist darauf zu achten, dass die Zählraten der drei Präparate in etwa gleich sind und zwischen 1000s^{-1} und 1500s^{-1} betragen.

Die Spektren müssen gegebenenfalls um das Untergrundspektrum korrigiert werden.

1.3 Deutung der Impulshöhenspektren

Hier wollen wir nun die aufgezeichneten Spektren näher betrachten und auswerten.

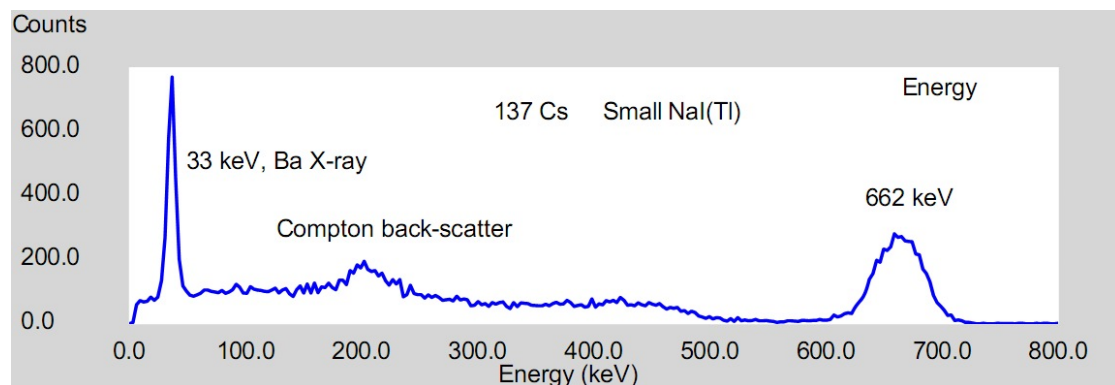


Abbildung 1: Spektrum von NaI mit ^{137}Cs -Quelle

Quelle: <http://teacher.pas.rochester.edu/LUX/Electronics/DDC-8/DDC-8.html> [27.10.09]

Vergleichen wir zunächst die ^{137}Cs -Spektren mit dem in der Vorbereitung gegebenen theoretischen Spektrum (Abb. ??).

Uns ist bekannt, dass ^{137}Cs bei einer Energie von $E_{\text{Röntgen}}=32\text{keV}$ einen charakteristischen Peak aufweist, die Röntgenlinie. Wir untersuchen, ob die erzeugten Spektren diese Linie, wie erwartet, enthalten.

Wir wissen, dass es zu Wechselwirkungen mit dem dem Material außerhalb des Kristalls kommen kann. Wir untersuchen die Spektren deshalb auf den Rückstreupeak.

Uns ist der jeweilige Maximalwert der Energie bekannt, die beim Comptoneffekt übertragen werden kann. Anhand dieses Wertes untersuchen wir die Spektren auf die Comp-

tonkante. Die Werte berechnen sich mit Gleichung 1 folgendermaßen:

$$E_{max} = hf \left(1 - \frac{1}{1 + 2 \frac{hf}{m_0 c^2}} \right) \quad (1)$$

¹³⁷ Cs	662keV	477keV
⁶⁰ Co	1173keV	968keV
	1333keV	1118keV
²² Na	511keV	340keV
	1275keV	1062keV

Als Letztes können wir nun noch nach dem Photopeak der einzelnen Quellen auf unseren Spektren suchen. Er entsteht durch die Photonen, die von der Quelle zur Photokathode einfach durchlaufen ohne wechselzuwirken. Bei ¹³⁷Cs liegt dieser Peak bei $E_{Photo} = hf = 662\text{keV}$.

Wir erwarten, diesen Peak gut erkennen zu können und werden deshalb die Skalierung unsere Spektren gut an ihm ausrichten können.

Um die Anzahl der Elektronen abzuschätzen, die der Auflösung des Detektors entsprechen, berechnen wir:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta n_e}{n_e} \quad (2)$$

Hierbei entspricht ΔE der Halbwertsbreite des Peaks.

Daraus können wir auf n_e schließen, da gilt:

$$\frac{\Delta n_e}{n_e} = \frac{1}{\sqrt{n_e}} \quad (3)$$

$$n_e = \left(\frac{E}{\Delta E} \right)^2 \quad (4)$$

Nun soll noch die Linearität der Messapparatur überprüft werden. Dazu tragen wir die Photopeaks der Proben alle auf der Energieachse auf und vergleichen sie miteinander.

2 Aktivität von ¹³⁷Cs

Hier wollen wir die Aktivität von ¹³⁷Cs bestimmen. Wir berechnen sie zu:

$$A = \frac{dN}{dt} \quad (5)$$

Hierbei entspricht dN der Anzahl radioaktiver Umwandlungen in einem Zeitintervall dt . CASSY gibt uns die Zählraten $\frac{N}{t}$ aus.

Um bei verschiedenen Abständen zu messen, lassen wir noch die Nachweiswahrscheinlichkeit q (siehe Vorbereitungshilfe) in unsere Rechnung mit einfließen und erhalten somit:

$$A = \frac{N}{dq} \quad (6)$$

3 Röntgenemission

In diesem Versuch wollen wir mithilfe des ^{137}Cs -Präparats Elemente mit schweren Kernen untersuchen. Dazu legen wir die Proben direkt auf den Szintillator.

3.1 Moseley'sches Gesetz

Die Spektren der untersuchten Elemente möchten wir nun anhand der charakteristischen Ba- und Pb- K_α -Röntgenlinien skalieren. Anschließend tragen wir die gemessenen Energien für alle untersuchten Elemente gegen Z^2 auf.

3.2 Charakteristisches Spektrum

Das Diagramm aus der Vorbereitungsmappe sollte nun rückschließen lassen, welches Material wir untersucht haben.

4 Statistische Auswertung

4.1 Datenerfassung

Hier wollen wir nun einen radioaktiven Zerfall statistisch auswerten. Dazu nehmen wir eine hinreichende Menge Messungen unter konstanten Bedingungen vor.

CASSY stellen wir dabei auf 256-Kanal-Betrieb und messen bei einer Messzeit von 1s mindestens 150 Spektren von ^{137}Cs .

Mithilfe des Programms exportieren wir die Spektren in eine Messtabelle. Diese lässt sich dann mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, wie z.B. Excel, auswerten.

Zur Auswertung erzeugen wir zwei Stichproben mit jeweils 150 Werten indem wir:

- ...in jedem Spektrum die Zählrate innerhalb eines kleinen Bereichs aufsummieren. Dadurch erhalten wir 150 Summen. Der Mittelwert dieser Werte sollte in etwa bei 3 liegen.
- ...die Gesamtzählrate als Messwert verwenden.

4.2 Bestimmung von Mittelwert, Standardabweichung und Standardabweichung des Mittelwerts der Spektren

Die hier gesuchten Größen berechnen sich zu:

Mittelwert:

$$x_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (7)$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_m)^2} \quad (8)$$

Standardabweichung des Mittelwerts:

$$s_{x_m} = \frac{s}{\sqrt{N}} \quad (9)$$

Wir wollen nun noch überprüfen, ob gilt:

$$s = \sqrt{x_m} \quad (10)$$

Dies ergibt sich aus der Poisson-Verteilung:

$$P(x) = \frac{x_m^x \cdot e^{-x_m}}{x!} \quad (11)$$

4.3 Häufigkeitsverteilung

Nun wollen wir noch die Häufigkeitsverteilung der beiden Spektren in einem Graphen darstellen. Darin werden wir auch die ideale Poisson-Verteilung und die Gauß'sche Normalverteilung eintragen.

Gauß'sche Normalverteilung:

$$\frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_m)^2}{2s^2}\right) \quad (12)$$

Für große Erwartungswerte x_m geht die Poisson-Verteilung in eine Normalverteilung über.

4.4 χ^2 -Test

Mithilfe des χ^2 -Tests wollen wir nun herausfinden, ob die beiden Stichproben aus einer Poisson- oder aus einer Normalverteilung stammen.

Dazu teilen wir die Proben in k Klassen ein. Jeder Klasse kann dann eine Häufigkeit f_i , sowie eine aus der Verteilung berechnete erwartete Häufigkeit e_i zugeordnet werden.

Wir berechnen:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} \quad (13)$$

Mithilfe des Wertes von χ^2 lässt sich nun anhand einer Tabelle sagen, ob die experimentell ermittelten Daten mit der theoretischen Kurve übereinstimmen. Ob die bei der erwarteten Häufigkeit angenommene Verteilung richtig war, sehen wir am in der Tabelle gegebenen Maximalwert von χ^2 . Ist er größer als der errechnete Wert, so war die vorherige Annahme der Verteilung falsch.